

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

К выполнению каждой контрольной работы следует приступать только после изучения соответствующего материала курса по учебнику и решения задач, указанных к каждой теме.

При оформлении контрольных работ необходимо строго придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Каждая контрольная работа должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного. Необходимо оставлять поля 4-5 см для замечаний рецензента.

2. Контрольные работы отсылаются для рецензирования в заочное отделение Витебского государственного медицинского университета. В заголовке работы на обложке тетради должно быть четко написано:

Высшая математика

Контрольная работа № ...

вариант № ...

студента ... курса ... группы

заочного отделения фармацевтического факультета

Витебского государственного медицинского университета

.....
(Ф.И.О.)

Шифр ...

Домашний адрес ...

3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также задачи не своего варианта, не зачитываются.

4. Решения задач должны быть расположены в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать её условие.

6. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

7. В конце контрольной работы необходимо указать, каким учебным пособием или учебником студент пользовался (автор, название учебника, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

8. После получения прорецензированной работы, как незачтенной, так и зачтенной, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации рецензента.

В случае незачета работы и отсутствия указания рецензента на то, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново.

При высылаемых исправлениях должна обязательно находиться прорецензированная работа и рецензия на нее. Поэтому рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для всех дополнений и исправлений в соответствии с указаниями рецензентов. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования *запрещается*.

Ниже приведены таблицы номеров задач, входящих в задания контрольных работ. Студент выполняет тот вариант контрольных заданий, который совпадает с последней цифрой его учебного шифра (номера зачетной книжки). Например, если шифр студента 80117, то он решает все задачи седьмого варианта.

Подбор заданий для вариантов может быть изменен преподавателем.

Контрольная работа № 1

Вариант	Номера задач										
1	1	20	29	38	47	56	65	74	83	92	101
2	2	11	30	39	48	57	66	75	84	93	102
3	3	12	21	40	49	58	67	76	85	94	103
4	4	13	22	31	50	59	68	77	86	95	104
5	5	14	23	32	41	60	69	78	87	96	105
6	6	15	24	33	42	51	70	79	88	97	106
7	7	16	25	34	43	52	61	80	89	98	107
8	8	17	26	35	44	53	62	71	90	99	108
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	100	109
0	10	19	28	37	46	55	64	73	82	91	110

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Контрольная работа № 1

1. Основы математического анализа

1-10. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ указанных функций:

- | | | |
|---|---|--------------------------------------|
| 1. а) $y = (x^2 + 1)e^{\sin x}$; | б) $y = \frac{\operatorname{ctg} 5x}{1 + 3x^2}$; | в) $y = \ln \sqrt{4x^2 + 3}$. |
| 2. а) $y = (5x^3 + 4)\operatorname{tg} 5x$; | б) $y = \frac{4e^{-5x}}{\cos^2 3x}$; | в) $y = \ln \sqrt{x^2 + 2x + 5}$. |
| 3. а) $y = \sqrt{(3x - \sqrt{x} + 2)^3}$; | б) $y = \frac{3 + \sin 5x}{5 + \cos 5x}$; | в) $y = \ln \operatorname{tg} 3x$. |
| 4. а) $y = \cos 3x \cdot e^{3x}$; | б) $y = \frac{2x}{\sqrt{1 + 6x^2}}$; | в) $y = \ln \sqrt{4x^2 + 1}$. |
| 5. а) $y = A_0 e^{-\beta x} \sin(\omega x + \varphi_0)$; | б) $y = \frac{e^{x^2 + 3x}}{3x^2 + x}$; | в) $y = \ln \sqrt{x^2 + 2x + 5}$. |
| 6. а) $y = (x^3 + 2) \cdot 2^{3x}$; | б) $y = e^{-3x} \cdot \cos 3x$; | в) $y = \ln \operatorname{ctg} 4x$. |
| 7. а) $y = \sqrt[3]{(x^3 - 3\sqrt{x^2} + 1)^2}$; | б) $y = \frac{\sin 5x + 1}{\cos 5x + 1}$; | в) $y = \ln \sqrt{2x^2 + 5}$. |
| 8. а) $y = (x^3 + x)e^{\cos 2x}$; | б) $y = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$; | в) $y = \ln \cos 4x$. |
| 9. а) $y = \sqrt[3]{(x^3 - 3\sqrt{x} + 5)^4}$; | б) $y = \frac{3 - \cos 5x}{3 + \sin 5x}$; | в) $y = \ln \sqrt{2x^2 + 4x + 1}$. |
| 10. а) $y = x \cdot e^{-x^2/2}$; | б) $y = \frac{e^{\sin x}}{1 + \cos^2 x}$; | в) $y = \ln \sqrt{4x^2 + x}$. |

11-20. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$. На основании результатов исследования построить график этой функции.

11. $y = 3\left(\frac{1}{2}x^4 - x^2\right)$;

12. $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 15$;

13. $y = x^5 - \frac{5}{3}x^3$;

14. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5$;

15. $y = (x - 3)^2(x - 2)$;

16. $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$;
 17. $y = x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4$;
 18. $y = 0,2x^3 - 0,6x^2 - 1,8x + 1,5$;
 19. $y = x^5 - x^3 - 2x$;
 20. $y = \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 7$.

21-30. Найти полный дифференциал функции $z = f(x, y)$:

21. $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$;
 22. $z = \frac{y^2}{3x} + \ln(xy)$;
 23. $z = \ln(4x^2 - 3x^2y + 1)$;
 24. $z = e^{xy}$;
 25. $z = \ln(x + e^{-y})$;
 26. $z = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$;
 27. $z = yx^y$;
 28. $z = xe^{\frac{y}{x}}$;
 29. $z = \sin(x + ay)$;
 30. $z = \cos y + (y - x)\sin y$.

31-40. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием:

31. а) $\int (x^5 - \frac{1}{2x} + 3)dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{3x-1}}$; в) $\int x \cos 2x dx$.
 32. а) $\int (x^3 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)dx$; б) $\int \cos^3 x \sin x dx$; в) $\int xe^{3x} dx$.
 33. а) $\int (x^4 - 5\sqrt[3]{x^2} + 3)dx$; б) $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}$; в) $\int x \sin 3x dx$.
 34. а) $\int (x^2 - \frac{3}{x^4} + 2)dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$; в) $\int 3x^2 \ln x dx$.
 35. а) $\int (x^3 - 4\sqrt[3]{x} - 1)dx$; б) $\int \frac{x dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$; в) $\int x^3 \ln x dx$.
 36. а) $\int (6x^5 - \frac{2}{x^3} + 1)dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5x+1}}$; в) $\int x \sin 2x dx$.

37. а) $\int (4x^3 - 2\sqrt[3]{x^2} + 1)dx$; б) $\int xe^{2x^2} dx$; в) $\int x \cos 4x dx$.
38. а) $\int (2x - 4\sqrt[3]{x} - 1)dx$; б) $\int \sin^5 x \cos x dx$; в) $\int x \ln x dx$.
39. а) $\int (3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5)dx$; б) $\int \frac{x dx}{4x^2 + 1}$; в) $\int xe^{2x} dx$.
40. а) $\int (5x^4 - \frac{1}{x^2} + 2)dx$; б) $\int \frac{dx}{1 + 16x^2}$; в) $\int \operatorname{tg} 2x dx$.

41-50. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой и прямой. Сделать чертеж и заштриховать искомую площадь.

41. $y = x^2 + 5x + 4$; $x - y + 4 = 0$.
42. $y = -x^2 + 6x - 5$; $x - y - 5 = 0$.
43. $y = x^2 - 3x - 4$; $2x - y - 4 = 0$.
44. $y = x^2 + 2x + 1$; $x - y + 3 = 0$.
45. $y = x^2 + x - 6$; $x - y - 2 = 0$.
46. $y = -x^2 + 3x + 4$; $2x + y - 4 = 0$.
47. $y = x^2 - 4x + 4$; $3x + y - 10 = 0$.
48. $y = x^2 + 3x$; $x + y = 0$.
49. $y = -x^2 + x + 2$; $x - y - 2 = 0$.
50. $y = x^2 + 1$; $x - y + 7 = 0$.

2. Простейшие дифференциальные уравнения.

51-60. Найти общее решение дифференциального уравнения.

51. $x(y' + 1) + y = 0$;
52. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$;
53. $2xyy' = y^2 - 4x^2$;
54. $xydx - (x^2 + y^2)dy = 0$;
55. $xy' - y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x}$;
56. $x dy - y dx = x dx$;
57. $x dy - y dx = y dy$;
58. $y^2 - 4xy + 4x^2 y' = 0$;
59. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0$;
60. $xy' = y - x \cdot e^{\frac{y}{x}}$.

61-70. Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = y_0$; $y'(0) = y'_0$.

61. $y'' + 4y' - 12y = 0$; $y_0 = 2$; $y'_0 = 0$;
 62. $y'' - 7y' + 12y = 0$; $y_0 = 0$; $y'_0 = 1$;
 63. $y'' - 6y' + 9y = 0$; $y_0 = \frac{1}{3}$; $y'_0 = 0$;
 64. $y'' + 2y' + y = 0$; $y_0 = 0$; $y'_0 = 2$;
 65. $y'' - 4y' + 5y = 0$; $y_0 = 2$; $y'_0 = -1$;
 66. $y'' - 3y' - 4y = 0$; $y_0 = 1$; $y'_0 = 0$;
 67. $y'' - 2y' + 10y = 0$; $y_0 = 1$; $y'_0 = 0$;
 68. $y'' - 4y' + 13y = 0$; $y_0 = 1$; $y'_0 = 0$;
 69. $y'' + 2y' + 10y = 0$; $y_0 = 1$; $y'_0 = 0$;
 70. $y'' + 6y' + 9y = 0$; $y_0 = 3$; $y'_0 = 2$.

71-80. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка.

71. $2xy'' + y' = 0$;
 72. $(1 - x^2)y'' - 2xy' = 0$;
 73. $yy'' - (y')^2 = 0$;
 74. $(x - 3)y'' + y' = 0$;
 75. $(x + 2)y'' + y' = 0$;
 76. $y'' \cdot y^3 = 1$;
 77. $y'' = x \sin x$;
 78. $y'' = x \cos x$;
 79. $xy'' + y' = 0$;
 80. $y''(2y + 3) - 2(y')^2 = 0$.

81-90. Пучок параллельных лучей света прошел через слой окрашенной жидкости толщиной L и концентрацией C . В результате интенсивность света I уменьшилась на m %. Процесс поглощения подчиняется закону Бугера-Ламберта-Бера. Необходимо: а) решить дифференциальное уравнение:

$$-dI = kICd\ell$$

и вывести закон Бугера-Ламберта-Бера; б) построить график зависимости $I = f(\ell)$. Рассчитать: в) коэффициент поглощения k ; г) толщину слоя половинного поглощения; д) величину оптической плотности D ; е) молекулярный коэффициент поглощения ε .

Номер задачи	L , мм	C , %	m , %
81	45	1,0	65
82	45	1,5	60

Номер задачи	L, мм	C, %	m, %
83	40	2,0	55
84	40	1,5	50
85	35	3,0	45
86	35	3,5	40
87	30	4,0	35
88	30	4,5	30
89	25	5,0	25
90	25	5,5	20

3. Основы теории вероятностей

91. В каждой из двух урн находятся 6 черных и 4 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.

92. В каждой из двух урн находятся 6 черных и 2 белых шара. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется черным.

93. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; для второго и третьего стрелков эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что: 1) только один стрелок попадет в цель; 2) только два стрелка поразят цель; 3) все три стрелка поразят цель.

94. В мешочке содержится 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекают по одному три кубика. Найти вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если кубики извлекаются: а) без возвращения; б) с возвращением (извлеченный кубик возвращается в мешочек).

95. Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что из 3 вопросов, содержащихся в его экзаменационном билете, студент знает: 1) два вопроса; 2) хотя бы два вопроса; 3) все три вопроса.

96. Для некоторой местности среднее число пасмурных дней в июле равно 6. Найти вероятность того, что первого, второго и третьего июля будет ясная погода.

97. Два стрелка произвели по одному выстрелу по мишени. Вероятность поражения мишени каждым из стрелков равна 0,9. Найти вероятность того, что: 1) оба стрелка поразят мишень; 2) оба стрелка промахнутся; 3) только один стрелок поразит мишень; 4) хотя бы один из стрелков поразит мишень.

98. Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна 0,99. Найти вероятность: 1) четырех попаданий при пяти выстрелах; 2) двух попаданий при четырех выстрелах.

99. От аэровокзала отправились два автобуса-экспресса к трапам самолетов. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса равна 0,95. Найти вероятность того, что; 1) оба автобуса придут вовремя; 2) оба автобуса опоздают; 3) только один автобус придет вовремя; 4) хотя бы один автобус придет вовремя.

100. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочнике соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится: а) только в одном справочнике; б) только в двух справочниках.

101-110. Дана вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний. Пользуясь локальной теоремой Лапласа, найти а) вероятность того, что в этих испытаниях событие A появится ровно m_1 раз. Пользуясь интегральной теоремой Лапласа, требуется найти: б) вероятность того, что в этих испытаниях событие A появится не менее m_1 и не более m_2 раза; в) вероятность того, что относительная частота появления события A отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более, чем на величину ϵ .

Номер задачи	n	P	m_1	m_2	ϵ
101	100	0,8	60	70	0,02
102	100	0,8	40	50	0,03
103	600	0,6	360	390	0,04
104	600	0,6	340	370	0,03
105	150	0,4	60	75	0,04
106	150	0,4	70	85	0,03
107	625	0,8	420	450	0,02
108	625	0,2	125	140	0,02
109	400	0,9	260	275	0,03
110	625	0,8	500	320	0,04

Контрольная работа № 2

4. Элементы математической статистики

111-120. Задан закон распределения дискретной случайной величины (в первой строке указаны возможные значения x_i , во второй строке - вероятности возможных значений P_i). Необходимо:

а) построить многоугольник распределения;

б) найти эмпирическую функцию распределения $F^*(x)$ и построить ее график;

в) вычислить математическое ожидание $M(x)$, дисперсию $D(x)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$ дискретной случайной величины X .

111.

x_i	10	12	20	25	30
P_i	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4

112.

x_i	8	12	18	24	30
P_i	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1

113.

x_i	30	40	50	60	70
P_i	0,5	0,1	0,2	0,1	0,1

114.

x_i	20	25	32	40	50
P_i	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

115.

x_i	10	12	16	18	20
P_i	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

116.

x_i	11	15	20	25	30
P_i	0,4	0,1	0,3	0,1	0,1

117.

x_i	12	16	21	26	30
P_i	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

118.

x_i	13	17	22	27	30
P_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

119.

x_i	14	18	23	28	30
P_i	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

120.

x_i	15	19	24	29	30
P_i	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

121-130. Заданы математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X . Найти:
а) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(\alpha; \beta)$;
б) вероятность того, что абсолютная величина отклонения $X-a$ окажется меньше δ .

Номер задачи	a	σ	α	β	δ
121	6	2	4	12	4
122	7	2	6	10	4
123	8	4	8	12	8
124	15	2	9	19	3
125	14	4	10	20	4
126	13	4	11	21	8
127	12	5	12	22	10
128	11	4	13	23	6
129	10	8	14	18	2
130	9	3	9	18	6

131-140. В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда. Требуется:

а) записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

б) составить статистический интервальный ряд распределения, для чего найти размах варьирования и разбить его на интервалы;

в) перейти к дискретному ряду распределения, приняв за выборочные значения случайной величины X середины полученных интервалов;

г) построить полигон частот, гистограмму относительных частот;

д) найти числовые характеристики выборки: выборочную среднюю \bar{x}_v , выборочную дисперсию D_v , выборочное среднее квадратическое отклонение σ_v .

131.

30,2	51,9	43,1	58,9	34,1	55,2	47,9	43,7	53,2	34,9
47,8	65,7	68,6	48,4	67,5	27,3	66,1	52,0	55,6	37,8
54,1	26,9	53,6	42,5	59,3	44,8	52,8	42,3	55,9	48,1
44,5	69,8	47,3	35,6	70,1	39,5	70,3	33,7	51,8	56,1
28,4	48,7	41,9	58,1	20,4	56,3	46,5	41,8	59,5	38,1
41,4	70,4	31,4	52,5	45,2	52,3	40,2	60,4	27,6	57,4
29,3	53,8	46,3	40,1	50,3	48,9	35,8	61,7	49,2	45,8
45,3	71,5	35,1	57,8	28,1	57,6	49,6	45,5	36,2	63,2
61,9	25,1	65,1	49,7	62,1	46,1	39,9	62,4	50,1	33,1
33,3	49,8	39,8	45,9	37,3	78,0	64,9	28,8	62,5	58,7

132.

30,1	25,8	26,9	19,7	20,0	31,8	12,8	31,5	32,8	30,2
13,5	22,8	34,1	32,2	21,8	36,5	34,3	13,8	36,2	21,5
25,6	31,7	13,7	27,3	24,2	19,9	28,0	28,7	19,0	19,4
33,2	33,1	27,2	37,2	35,3	18,1	29,8	37,0	18,5	25,8
15,1	37,5	29,4	12,8	26,8	14,9	15,0	32,5	19,5	13,5
19,8	22,0	20,0	36,2	37,0	22,5	19,4	16,4	16,5	28,6

22,7	22,8	30,3	20,6	28,3	17,6	17,1	27,0	14,4	23,9
35,1	19,0	32,1	21,9	19,7	35,5	28,3	28,2	23,2	14,9
26,5	29,8	35,3	33,4	13,0	26,0	35,4	23,2	29,4	25,0
25,3	24,0	21,3	22,6	19,2	13,8	18,5	37,0	13,9	22,2

133.

88	72	100	60	116	74	36	143	114	70
56	75	30	76	89	53	117	90	135	103
35	128	71	86	43	76	61	113	34	83
62	84	50	69	120	91	102	47	119	99
33	76	91	37	85	17	85	63	121	74
46	85	63	104	77	92	54	78	42	105
85	79	49	80	93	32	106	81	64	79
73	19	80	65	107	123	51	94	80	108
52	83	124	81	96	82	109	20	95	68
66	41	82	98	111	67	125	97	112	58

134.

193	159	168	112	115	206	59	204	214	194
65	136	223	209	128	243	225	67	240	127
158	205	66	171	147	114	177	182	107	110
217	216	170	247	233	100	191	246	103	160
77	250	187	59	168	75	76	211	111	65
113	130	114	240	246	134	110	87	88	181
136	136	194	119	179	96	92	169	72	145
232	107	208	130	112	234	179	178	139	75
165	191	233	218	60	161	234	139	188	153
156	146	125	135	108	67	103	246	68	132

135.

52,8	61,2	57,6	48,0	62,4	55,2	64,2	56,4	55,8	60,6
49,8	55,8	57,6	64,2	51,0	60,0	58,2	54,0	62,4	59,4
50,4	56,4	60,6	44,4	63,0	59,4	47,4	58,2	66,6	53,4
46,8	57,6	55,2	62,4	49,2	63,0	58,2	52,2	60,0	58,8
49,8	57,0	64,2	53,4	61,2	64,2	51,6	60,0	56,4	54,0
56,4	55,8	48,6	63,6	52,8	57,6	46,2	64,8	55,2	60,6
51,0	56,4	54,6	61,2	49,2	62,4	58,2	47,4	67,2	54,0
47,4	57,6	53,4	51,0	61,2	64,2	49,8	60,6	70,2	58,8
57,6	55,2	49,2	60,0	52,2	63,0	45,0	56,4	66,6	48,0
61,2	49,2	57,0	60,0	58,2	62,4	51,6	66,0	55,2	65,4

136.

146	114	170	90	202	118	42	256	198	110
82	120	30	122	148	76	204	150	240	176

40	226	112	142	56	122	92	196	38	136
94	138	70	108	210	152	174	64	208	168
36	122	152	44	140	4	140	96	212	118
62	140	96	178	124	154	78	126	54	180
140	128	68	130	156	34	182	132	98	128
116	8	130	100	184	216	72	158	130	186
74	136	218	132	162	134	188	10	160	106
102	52	134	166	192	104	220	164	194	86

137.

81,3	77,8	78,7	72,9	73,2	82,7	67,4	82,4	83,5	81,4
68,0	75,4	84,4	83,0	74,6	86,4	84,6	68,2	86,2	74,4
77,6	82,5	68,2	79,0	76,5	73,1	79,6	80,1	72,4	72,7
83,8	83,7	78,9	86,9	85,4	71,7	81,1	86,8	72,0	77,8
69,2	87,2	80,7	67,4	78,7	69,1	69,2	83,2	72,8	68,0
73,0	74,8	73,1	86,2	86,8	75,2	72,7	70,3	70,4	80,1
75,3	75,4	81,4	73,7	79,8	71,3	70,8	78,8	68,7	76,3
85,3	72,4	82,9	74,7	72,9	85,6	79,8	79,7	75,7	69,1
78,4	81,1	85,5	83,9	67,6	78,0	85,5	75,7	80,7	77,2
77,4	76,4	74,2	75,2	72,5	68,2	72,0	86,8	68,3	74,9

138.

83	74	76	61	61	87	46	86	89	83
47	67	92	88	65	97	92	48	96	65
73	86	48	77	70	61	79	80	59	60
90	90	77	98	94	57	83	98	58	74
51	99	82	46	76	50	51	88	60	47
61	66	61	96	98	67	60	54	54	80
67	67	83	63	79	56	55	77	49	70
94	59	87	65	61	95	79	79	68	50
75	83	94	90	46	74	94	68	82	72
73	70	64	67	60	48	58	98	48	66

139.

30,2	73,6	56,0	87,6	38,0	80,2	65,6	57,2	76,2	39,6
65,4	101,2	107,0	66,6	104,8	24,4	102,0	73,8	81,0	45,4
78,0	23,6	77,0	54,8	88,4	59,4	75,4	54,4	81,6	66,0
58,8	109,4	64,4	41,0	110,0	48,8	110,4	37,2	73,4	82,0
26,6	67,2	53,6	86,0	10,6	82,4	62,8	53,4	88,8	46,0
52,6	110,6	32,6	74,8	60,2	74,4	50,2	90,6	25,0	84,6
28,4	77,4	62,4	50,0	70,4	67,6	41,4	93,2	68,2	61,4

60,4	112,8	40,0	85,4	26,0	85,0	69,0	60,8	42,2	96,2
93,6	20,0	100,0	69,2	94,0	62,0	49,6	94,6	70,0	36,0
36,4	69,4	49,4	61,6	44,4	125,8	99,6	27,4	94,8	87,2

140.

96	72	114	54	138	75	18	179	135	69
48	77	9	78	98	44	140	99	167	119
17	156	71	93	29	78	56	134	15	89
57	90	39	68	144	101	117	35	143	113
14	78	101	20	92	11	92	59	146	75
33	92	59	120	80	102	45	81	27	122
92	83	38	84	104	12	123	86	60	83
74	8	84	62	125	149	41	105	84	126
42	89	150	86	108	87	128	6	107	66
63	26	87	111	131	65	152	110	132	51

141-150. Заданы среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X , выборочная средняя \bar{x}_B , объем выборки n . Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания a с заданной надежностью $\gamma_1 = 0,95$ и $\gamma_2 = 0,99$.

Номер задачи	σ	\bar{x}_B	n
141	10	18,21	16
142	9	18,31	49
143	8	18,41	36
144	7	18,51	100
145	6	18,61	81
146	5	18,71	25
147	4	18,81	16
148	3	19,91	49
149	2	20,01	36
150	1	20,11	64

151-160. Обработка результатов при косвенных измерениях.

151. С помощью колориметра проведено измерение концентрации C_x неизвестного раствора путем сравнения с раствором известной концентрации C_0 . Расчетная формула для определения концентрации вещества имеет вид:

$$C_x = C_0 \frac{d_0}{d_x},$$

где d_0 и d_x – толщины слоев, одинаково поглощающих монохроматический свет, $C_0 = 2\%$ (принять за точное число). В пяти опытах получены следующие результаты:

d_0 , мм	5,65	5,70	5,80	5,75	5,70
d_x , мм	8,55	8,60	8,65	8,60	8,65

Оценить истинное значение измеряемой концентрации с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

152. Компенсационным способом проведено измерение ЭДС неизвестного элемента. Расчетная формула имеет вид:

$$E_x = E_0 \frac{\ell}{\ell_0},$$

где $E_0 = 1,018$ В – ЭДС известного элемента (принять за точное число), ℓ и ℓ_0 – длины реохорда. В пяти опытах получены следующие результаты:

ℓ , см	269,0	268,9	268,8	268,9	269,0
ℓ_0 , см	398,2	397,9	398,3	398,1	398,0

Оценить истинное значение измеряемой ЭДС с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

153. Компенсационным способом проведено измерение ЭДС участка тела человека. Расчетная формула имеет вид:

$$E_x = E_0 \frac{\ell}{\ell_0},$$

где $E_0 = 1,018$ В – ЭДС известного элемента (принять за точное число), ℓ и ℓ_0 – длины реохорда. В пяти опытах получены следующие результаты:

ℓ , см	268,9	269,0	268,8	268,9	269,1
ℓ_0 , см	4,4	4,6	4,7	4,5	4,6

Оценить истинное значение измеряемой ЭДС с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

154. Изготовлены таблетки цилиндрической формы. Взвешены 5 таблеток и измерены толщина h и диаметр d каждой. Результаты измерений занесены в таблицу:

m_i , г	3,30	3,32	3,39	3,41	3,40
h_i , см	1,06	1,07	1,06	1,10	1,08

d_i , см	1,84	1,84	1,88	1,88	1,81
------------	------	------	------	------	------

Определить плотность таблетки по формуле:

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}$$

с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

155. Проведено измерение емкости конденсатора. Расчетная формула имеет вид:

$$C = \frac{I_3}{U_3 \omega},$$

где $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ – круговая частота переменного тока (принять за точное число), U_3 – действующее значение напряжения на конденсаторе, I_3 – действующее значение силы тока. В пяти опытах получены следующие результаты:

U_3 , В	22,3	22,4	22,2	22,3	22,1
I_3 , А	0,125	0,130	0,135	0,128	0,132

Оценить истинное значение емкости с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

156. С помощью вискозиметра проведено измерение коэффициента вязкости спирта. Расчетная формула имеет вид:

$$\eta = \eta_0 \frac{\rho t}{\rho_0 t_0},$$

где η , ρ , t – вязкость, плотность и время истечения спирта из капилляра вискозиметра; η_0 , ρ_0 , t_0 – вязкость, плотность и время истечения воды ($\eta_0 = 0,01 \text{ П}$; $\rho_0 = 998,2 \text{ кг/м}^3$; $\rho = 790,1 \text{ кг/м}^3$ – принять за точные числа). В пяти опытах получены следующие результаты:

t , сек	80	79	81	83	78
t_0 , сек	48	50	47	51	46

Оценить истинное значение коэффициента вязкости с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

157. С помощью моста Уитстона проведено измерение неизвестного сопротивления. Расчетная формула имеет вид:

$$R = R_m \frac{\ell_1}{\ell_2},$$

где $R_M = 100 \text{ Ом}$ – стандартное сопротивление (принять за точное число), ℓ_1 и ℓ_2 – длины плеч реохорда. В пяти опытах получены следующие результаты:

$\ell_1, \text{ см}$	33,4	33,5	33,6	33,5	33,7
$\ell_2, \text{ см}$	66,6	66,5	66,4	66,5	66,3

Оценить истинное значение сопротивления с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

158. С помощью колориметра проведено измерение концентрации C_x неизвестного раствора путем сравнения с раствором известной концентрации C_0 . Расчетная формула для определения концентрации вещества имеет вид:

$$C_x = C_0 \frac{d_0}{d_x},$$

где d_0 и d_x – толщины слоев, одинаково поглощающих монохроматический свет, $C_0 = 5 \%$ (принять за точное число). В пяти опытах получены следующие результаты:

$d_0, \text{ мм}$	5,75	5,80	5,85	5,80	5,75
$d_x, \text{ мм}$	8,55	8,60	8,65	8,60	8,65

Оценить истинное значение измеряемой концентрации с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

159. Изготовлены таблетки цилиндрической формы. Взвешены 5 таблеток и измерены толщина h и диаметр d каждой. Результаты измерений занесены в таблицу:

$m_i, \text{ г}$	4,52	4,60	4,74	4,85	4,80
$h_i, \text{ см}$	1,12	1,15	1,10	1,13	1,11
$d_i, \text{ см}$	1,80	1,81	1,85	1,83	1,75

Определить плотность таблетки по формуле:

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}$$

с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

160. С помощью моста Уитстона проведено измерение неизвестного сопротивления. Расчетная формула имеет вид:

$$R = R_M \frac{\ell_1}{\ell_2},$$

где $R_M = 50$ Ом – стандартное сопротивление (принять за точное число), ℓ_1 и ℓ_2 – длины плеч реохорда. В пяти опытах получены следующие результаты:

ℓ_1 , см	35,4	35,6	35,5	35,4	35,6
ℓ_2 , см	64,6	64,4	64,5	64,6	64,4

Оценить истинное значение сопротивления с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерения.

5. Элементы теории корреляции

161-170. В результате регистрации некоторых объектов определенного вида по заданным значениям признаков x и y получены числа (частоты) совпадений заданных значений этих признаков, помещенные в следующей таблице (см. табл.). По данным этой таблицы:

- определить условные средние значения величин x и y , с их помощью получить изображение корреляционного поля и по характеру расположения точек на нем сделать вывод о типе линии регрессионной зависимости между величинами x и y ;
- найти коэффициенты регрессии y на x и x на y по методу наименьших квадратов;
- составить уравнения прямых регрессии y на x и x на y ;
- вычислить коэффициент корреляции этих величин;
- при уровне значимости $p = 0,05$ проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции;
- построить систему координат и в ней прямые регрессий.

161.

$y \backslash x$	111	113	115	117
11	1	1		
12	1	2	2	1
13			1	1

162.

$y \backslash x$	111	113	115	117
11			2	1
12	2	5	5	2
13	1	2		

163.

$y \backslash x$	111	113	115	117
44	1	1		
45	1	2	2	1

164.

$y \backslash x$	41	43	45	47
31		1	2	1
32	2	4	4	2

46			1	1
-----------	--	--	---	---

33	1	2	1	
-----------	---	---	---	--

165.

y \ x	51	53	55	57
41	1	2		
42	2	5	5	2
43			2	1

166.

y \ x	61	63	65	67
54			1	1
55	1	2	2	1
56	1	1		

167.

y \ x	71	73	75	77
61	1	2	1	
62	2	4	4	2
63		1	2	1

168.

y \ x	81	83	85	87
71			1	1
72	1	2	2	1
73	1	1		

169.

y \ x	92	94	96	98
82	1	2	1	
83	2	4	4	2
84		1	2	1

170.

y \ x	102	104	106	108
92		1	2	1
93	2	4	4	2
94	1	2	1	

6. Статистическая проверка гипотез

171-180. При уровне значимости p проверить значимость различия оценок дисперсий летальных доз S_x^2 и S_y^2 двух препаратов при конкурирующей гипотезе $\sigma_x^2 > \sigma_y^2$ в предположении нормального закона распределения величин X и Y , если объемы выборок n_x и n_y .

Номер задачи	n_x	n_y	S_x^2	S_y^2	p
171	10	14	3,5	2,5	0,05
172	12	16	0,70	0,19	0,025
173	11	15	0,69	0,17	0,025
174	12	16	3,1	2,1	0,05
175	9	11	3,4	2,6	0,025
176	12	12	0,73	0,21	0,05
177	12	16	0,72	0,20	0,025
178	13	16	2,9	2,2	0,05
179	8	10	3,3	2,6	0,025
180	10	13	0,68	0,25	0,05

7. Основы дисперсионного анализа

181-190. При уровне значимости $p = 0,05$ методом дисперсионного анализа проверить эффективность внешнего воздействия (факторы F_1, F_2, F_3) на темп размножения определенного вида бактерий по данным, приведенным ниже в таблицах.

181.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	126	129	130
2	125	133	131
3	127	127	136
4	123	126	129

182.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	142	166	135
2	155	191	150
3	167	196	160
4	167	198	169

183.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	121	128	131
2	124	123	128
3	124	130	129
4	129	128	127

184.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	106	107	109
2	107	108	112
3	108	111	113
4	111	112	114

185.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	426	429	430
2	425	433	431
3	427	427	436
4	423	426	429

186.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	442	466	435
2	455	491	450
3	467	496	460
4	467	498	469

187.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	421	428	431
2	424	423	428
3	424	430	429
4	429	428	427

188.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	406	407	409
2	407	408	412
3	408	411	413
4	411	412	414

189.

190.

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	326	329	330
2	325	333	331
3	327	327	336
4	323	326	329

i	j		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	342	366	335
2	355	391	350
3	367	396	360
4	367	398	369

8. Анализ временных рядов

191-200. Таблица содержит сведения об оптовом товарообороте в аптеке по годам (млн. руб.). Необходимо:

- 1) построить временной ряд по точкам, взятым из таблицы соответствующего варианта;
- 2) методом скользящего среднего провести сглаживание (первого порядка по трем точкам), нанести на построенный ранее график сглаженные значения, соединенные отрезками прямых, и по внешнему виду ломаной сделать предположение о типе линии тренда;
- 3) составить уравнения для линейного и квадратичного трендов;
- 4) вычислить остаточные дисперсии для полученных трендов и сделать вывод о том, какое уравнение лучше описывает тренд временного ряда;
- 5) используя уравнение, наилучшим образом описывающее тренд, сделать прогноз товарооборота на 2001 год.

191.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	17	19	12	15	27	36	13	8

192.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	13	20	28	31	36	41	48	47

193.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	33	35	37	42	45	51	51	54

194.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	31	37	49	33	45	53	47	57

195.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	33	37	32	21	17	11	13	11

196.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	29	37	33	29	23	25	27	21

197.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	37	43	35	39	13	33	27	21

198.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	47	53	45	49	33	43	37	31

199.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	10	18	16	18	16	22	26	37

200.

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
t	1	2	3	4	5	6	7	8
x(t)	11	18	19	14	18	22	26	30

9. Методы оптимизации и управления в фармации

201-210. Решить задачу графическим методом.

Фармацевтический завод выпускает два вида препаратов **A** и **B**, для производства которых имеются запасы сырья, составляющие n тонн. На производство 1 тонны препарата **A** используется n_1 тонны сырья, а препарата **B** - n_2 тонн. Изучение сбыта показало, что спрос на препарат **B** превышает спрос на препарат **A** не более чем на n^* тонн. Производственные мощности предприятия позволяют выпускать в месяц не более n_a тонн препарата **A** и n_b тонн препарата **B**. Какое количество препаратов **A** и **B** следует выпускать предприятию для получения максимальной прибыли, если продажа 1 тонны препарата **A** дает a млн. рублей прибыли, а препарата **B** - b млн. рублей.

Номер задачи	n	n ₁	n ₂	n*	n _a	n _b	a	b
201	18	4	3	1	4	3	4	1
202	19	5	4	2	2	3	6	2
203	18	3	4	0,5	3	4	5	4
204	21	4	3	1	4	3	3	1
205	15	3	5	2	3	2	3	5
206	23	5	3	0,5	2	3	3	6
207	24	4	5	1	3	4	6	2
208	25	5	4	2	4	3	3	4
209	26	3	4	0,5	3	2	4	3
210	27	4	3	1	2	3	3	5

211-220. Число посетителей, обратившихся в аптеку, распределено по времени суток следующим образом (см. таблицу для соответствующего варианта). При заданной интенсивности обслуживания μ определить характеристики системы обслуживания: а) среднюю интенсивность потока требований за 1 час; б) вероятность занятости канала; в) среднее число заявок в системе; г) среднее время нахождения заявки в системе; д) среднее число заявок в очереди; е) среднее время нахождения заявки в очереди.

211.

Часы	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15
Число посетителей	8	10	16	18	20	19	14

$$\mu = 20 \text{ (ед/ч)}$$

212.

Часы	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15
Число посетителей	7	12	12	16	15	10	12

$$\mu = 15 \text{ (ед/ч)}$$

213.

Часы	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15
Число посетителей	9	11	17	19	19	20	15

$$\mu = 18 \text{ (ед/ч)}$$

214.

Часы	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15
Число посетителей	14	24	23	30	28	21	23

$\mu = 28$ (ед/ч)

215.

Часы	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22
Число посетителей	25	35	30	35	45	40	35

$\mu = 40$ (ед/ч)

216.

Часы	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22
Число посетителей	12	17	16	18	22	19	17

$\mu = 20$ (ед/ч)

217.

Часы	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22
Число посетителей	7	9	13	15	15	6	2

$\mu = 15$ (ед/ч)

218.

Часы	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22
Число посетителей	10	25	30	40	35	45	20

$\mu = 20$ (ед/ч)

219.

Часы	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22
Число посетителей	12	27	28	36	32	43	18

$\mu = 18$ (ед/ч)

220.

Часы	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22
Число посетителей	11	26	29	38	33	44	19

$\mu = 20$ (ед/ч)